Chapitre :

Nombres complexes

CORRECTION : SÉRIE D'EXERCICES

Exercice n°1 : QCM :

1/ c)* $3+i$

2/ a)* $\dfrac{1+\bar{z}}{|1+z|^2}$

3/ b)* $\dfrac{2\pi}{3}+\theta$

4/ a)* $|z|=1$

Exercice n°2 :

1/ $z=\dfrac{(1+i\sqrt{3})^2}{2(1-i)}$

Cours : $\arg(z^2)\equiv 2\arg(z)\ [2\pi]$

$\arg\left(\dfrac{z}{z'}\right)\equiv[\arg z-\arg z']\ [2\pi]$

$\arg(z)\equiv\left(\dfrac{2\pi}{3}+\dfrac{\pi}{4}\right)\ [2\pi]$

$\equiv\dfrac{11\pi}{12}\ [2\pi]$

$|z|=\dfrac{|1+i\sqrt{3}|^2}{2|1-i|}=\dfrac{4}{2\sqrt{2}}=\sqrt{2}=r$

d'où $z=\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{11\pi}{12}+i\sin\dfrac{11\pi}{12}\right)$.

2/ Ecrivons z sous la forme algébrique :

$z=\dfrac{(1+i\sqrt{3})^2(1+i)}{2(1-i)(1+i)}=\dfrac{(-\sqrt{3}-1)+i(\sqrt{3}-1)}{2}$

d'où $\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{11\pi}{12}+i\sin\dfrac{11\pi}{12}\right)=-\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}i$

par identification : $\begin{cases}\cos\dfrac{11\pi}{12}=-\dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}\\ \sin\dfrac{11\pi}{12}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}\end{cases}$